



Universidade Federal de Pelotas
Instituto de Física e Matemática
Departamento de Informática
Bacharelado em Ciência da Computação

Técnicas Digitais

Aula 7

**2. Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos:
Minimização de Função de 4 Variáveis com
Mapas de Karnaugh, Circuito Mínimo em Produto
de Somas, Funções Incompletamente
Especificadas**

Prof. José Luís Güntzel

guntzel@ufpel.edu.br

www.ufpel.edu.br/~guntzel/TD/TD.html

2. Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

► Cobertura dos Mapas de Karnaugh

Considerando produto de somas

1. Identificar grupos de “0s” adjacentes, os quais podem conter 2, 4, 8, 16, 32 ... “0s”
2. Para cada grupo, escrever a equação de soma usando somente as variáveis de entrada que são iguais para todos os “0s”
3. Se houver mais de um grupo, montar a equação em produto de somas (que já estará simplificada)

OBS: se algum “0” restar sozinho, sua soma (maxtermo) também deve ser usado na equação em produto de somas

2. Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

► Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando produto de somas

1. Identificar grupos de “0s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de soma (já simplificada)
3. Montar a equação em produto de somas

Exemplo 27:

$$F_{27} = \bar{B} + D$$

Não esquecer que em produto de somas as variáveis de entrada são tomadas invertidas

F27	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	1	1
$\bar{A}B$	0	1	1	0
AB	0	1	1	0
$A\bar{B}$	1	1	1	1

$\bar{B} + D$

2. Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

► Cobertura dos Mapas de Karnaugh

Considerando produto de somas

1. Identificar grupos de “0s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de soma (já simplificada)
3. Montar a equação em produto de somas

Exemplo 28:

$$F_{28} = (\bar{A} + \bar{C}) \cdot (B + D)$$

F28	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$	
$\bar{A}\bar{B}$	0	1	1	0	B+D
$\bar{A}B$	1	1	1	1	
AB	1	1	0	0	$\bar{A} + \bar{C}$
$A\bar{B}$	0	1	0	0	

2. Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

► Cobertura dos Mapas de Karnaugh

Exercício 10:

Para a função dada pela equação abaixo:

- Encontre a equação mínima em **produto de somas**
- Desenhe o circuito resultante e calcule seu custo

$$S9(W,X,Y,Z) = \sum(0, 1, 2, 5, 8, 9, 10)$$

S9	$\bar{Y}\bar{Z}$	$\bar{Y}Z$	YZ	$Y\bar{Z}$
$\bar{W}\bar{X}$	1	1	0	1
$\bar{W}X$	0	1	0	0
WX	0	0	0	0
$W\bar{X}$	1	1	0	1

2. Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

► Cobertura dos Mapas de Karnaugh

Exercício 11:

Para a função dada pela equação abaixo:

- Encontre a equação mínima em soma de produtos
- Desenhe o circuito resultante e calcule seu custo

$$S_{11}(A,B,C,D) = \prod(1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 12, 14)$$

Atenção!

**Há mais de uma
cobertura
mínima**

S11	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	0	0	0
$\bar{A}B$	1	1	0	0
AB	0	1	1	0
$A\bar{B}$	0	0	1	1

2. Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

► Cobertura dos Mapas de Karnaugh

Exercício 12:

Para a função dada pela equação abaixo:

- Encontre a equação mínima em **produto de somas**
- Desenhe o circuito resultante e calcule seu custo

$$S_{11}(A,B,C,D) = \prod (1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 12, 14)$$

Atenção!

**Há quatro
coberturas
mínimas**

S11	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	0	0	0
$\bar{A}B$	1	1	0	0
AB	0	1	1	0
$A\bar{B}$	0	0	1	1

2. Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

► Funções Incompletamente Especificadas

- São funções nas quais uma ou mais posições **não estão especificadas**
- Tais posições são denominadas *don't cares*, e são representadas por **X** ou **DC** ou **2** ou ***** ...

F29	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	X	1
$\bar{A}B$	0	0	X	0
AB	1	1	X	X
$A\bar{B}$	0	0	0	0

2. Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

► Funções com Don't Care

Como fazer a cobertura em Soma de Produtos

- O objetivo é cobrir os “1s” da função
- Posições com *don't care* podem ser usadas para ajudar a melhorar a cobertura dos “1s”
- Cada posição com *don't care* é totalmente independente das demais

2. Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

► Funções com Don't Care

Considerando soma de produtos

1. Cobrir os “1s”
2. Utilizar as posições com *don't care* para encontrar a melhor cobertura
3. Cada posição com *don't care* é totalmente independente das demais

Exemplo 29:

F29	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	X	1
$\bar{A}B$	0	0	X	0
AB	1	1	X	X
$A\bar{B}$	0	0	0	0

2. Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

► Funções com Don't Care

Como fazer a cobertura em **Produto de Somas**

- O objetivo é cobrir os “0s” da função
- Posições com *don't care* podem ser usadas para ajudar a melhorar a cobertura dos “0s”
- Cada posição com *don't care* é totalmente independente das demais

2. Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

► Funções com Don't Care

Considerando produto de somas

1. Cobrir os “0s”
2. Utilizar as posições com *don't care* para encontrar a melhor cobertura
3. Cada posição com *don't care* é totalmente independente das demais

Exemplo 30:

F29	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	X	1
$\bar{A}B$	0	0	X	0
AB	1	1	X	X
$A\bar{B}$	0	0	0	0

2. Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

► Funções com Don't Care

Exercício 13:

- Encontre a equação mínima em soma de produtos para a função abaixo
- Desenhe o circuito resultante e calcule seu custo

$$S_{13}(A,B,C,D) = \sum(0, 3, 5, 6, 7) + DC(10, 11, 12, 13, 14, 15)$$

S13	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	0	1	0
$\bar{A}B$	0	1	1	1
AB	X	X	X	X
$A\bar{B}$	0	0	X	X

2. Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

► Funções com Don't Care

Exercício 14:

- Encontre a equação mínima em **produto de somas** para a função abaixo
- Desenhe o circuito resultante e calcule seu custo

$$S_{13}(A,B,C,D) = \sum(0, 3, 5, 6, 7) + DC (10, 11, 12, 13, 14, 15)$$

S13	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	0	1	0
$\bar{A}B$	0	1	1	1
AB	X	X	X	X
$A\bar{B}$	0	0	X	X

2. Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

► Funções com Don't Care

Exercício 15:

- Encontre a equação mínima em soma de produtos para a função abaixo
- Desenhe o circuito resultante e calcule seu custo

$$S8(A,B,C,D) = \prod(1, 5, 6, 9, 11, 15) + DC (2, 4, 7, 8, 13, 14)$$

S15	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	0	1	X
$\bar{A}B$	X	0	X	0
AB	1	X	0	X
$A\bar{B}$	X	0	0	1

2. Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

► Funções com Don't Care

Exercício 16:

- Encontre a equação mínima em **produto de somas** para a função abaixo
- Desenhe o circuito resultante e calcule seu custo

$$S8(A,B,C,D) = \prod (1, 5, 6, 9, 11, 15) + DC (2, 4, 7, 8, 13, 14)$$

S15	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	0	1	X
$\bar{A}B$	X	0	X	0
AB	1	X	0	X
$A\bar{B}$	X	0	0	1