



**Universidade Federal de Pelotas**  
**Instituto de Física e Matemática**  
**Departamento de Informática**  
**Bacharelado em Ciência da Computação**

# **Técnicas Digitais**

## **Aula 16**

**4. Circuitos Combinacionais: o multiplicador matricial, deslocadores, projeto de uma ULA.**

**Profs. José Luís Güntzel & Luciano Agostini**

**{guntzel,agostini}@ufpel.edu.br**

**[www.ufpel.edu.br/~guntzel/TD/TD.html](http://www.ufpel.edu.br/~guntzel/TD/TD.html)**

# 4. Circuitos Combinacionais

## ► **Multiplicação Binária** (números sem sinal)

### Exemplo 1

	1 1 0 0	(12)	multiplicando
x	0 1 1 0	(6)	multiplicador
<hr/>			
	0 0 0 0	1º produto parcial	=zero
+	1 1 0 0	2º produto parcial	= multiplicando
	1 1 0 0	3º produto parcial	= multiplicando
	0 0 0 0	4º produto parcial	=zero
<hr/>			
	1 0 0 1 0 0 0	(72)	resultado

- São 4 produtos parciais a serem somados
- Porém, os somadores vistos até agora só podem somar dois números por vez!!!

# 4. Circuitos Combinacionais

## ► **Multiplicação Binária** (números sem sinal)

Exemplo 1: reorganizando...

$$\begin{array}{r}
 \phantom{x} \phantom{+} \phantom{+} \phantom{+} 1\ 1\ 0\ 0 \quad (12) \quad \text{multiplicando} \\
 x \phantom{+} \phantom{+} \phantom{+} \phantom{+} 0\ 1\ 1\ 0 \quad (6) \quad \text{multiplicador} \\
 \hline
 + \phantom{x} \phantom{+} \phantom{+} \phantom{+} 0\ 0\ 0\ 0 \quad \text{1º produto parcial (= zero)} \\
 \phantom{x} \phantom{+} \phantom{+} \phantom{+} \phantom{+} 1\ 1\ 0\ 0 \quad \text{2º produto parcial (= multiplicando)} \\
 \hline
 + \phantom{x} \phantom{+} \phantom{+} \phantom{+} 1\ 1\ 0\ 0\ 0 \\
 \phantom{x} \phantom{+} \phantom{+} \phantom{+} \phantom{+} 1\ 1\ 0\ 0 \quad \text{3º produto parcial (= multiplicando)} \\
 \hline
 + \phantom{x} \phantom{+} \phantom{+} \phantom{+} 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0 \\
 \phantom{x} \phantom{+} \phantom{+} \phantom{+} \phantom{+} 0\ 0\ 0\ 0 \quad \text{4º produto parcial (= zero)} \\
 \hline
 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0 \quad (72) \quad \text{resultado}
 \end{array}$$

# 4. Circuitos Combinacionais

## ► **Multiplicação Binária** (números sem sinal)

**Exemplo 2:**

$$\begin{array}{r} \phantom{x} \phantom{1111} \phantom{(15)} \phantom{\text{multiplicando}} \\ x \phantom{1111} \phantom{(15)} \phantom{\text{multiplicador}} \\ \hline + \phantom{1111} \phantom{(15)} \phantom{\text{1º produto parcial (= multiplicando)}} \\ \phantom{+} \phantom{1111} \phantom{(15)} \phantom{\text{2º produto parcial (= multiplicando)}} \\ \hline \phantom{+} \phantom{101101} \\ + \phantom{1111} \phantom{(15)} \phantom{\text{3º produto parcial (= multiplicando)}} \\ \hline + \phantom{1101001} \\ \phantom{+} \phantom{1111} \phantom{(15)} \phantom{\text{4º produto parcial (= multiplicando)}} \\ \hline 11100001 \phantom{(225)} \phantom{\text{resultado}} \end{array}$$

• **Conclusão:**  $n$  bits x  $m$  bits **até**  $n+m$  bits

# 4. Circuitos Combinacionais

## ► **Multiplicação Binária** (números sem sinal)

**Mas como multiplicar 2 números de 1 bit cada?**

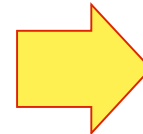
$$\begin{array}{r} x \quad 0 \\ \quad 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \quad 0 \\ \quad 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \quad 1 \\ \quad 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \quad 1 \\ \quad 1 \\ \hline 1 \end{array}$$

- **Resulta 1** sse os dois bits valem 1
- **Nunca ocorre *overflow*!**



**operação E**

# 4. Circuitos Combinacionais

## ► Multiplicação Binária (números sem sinal)

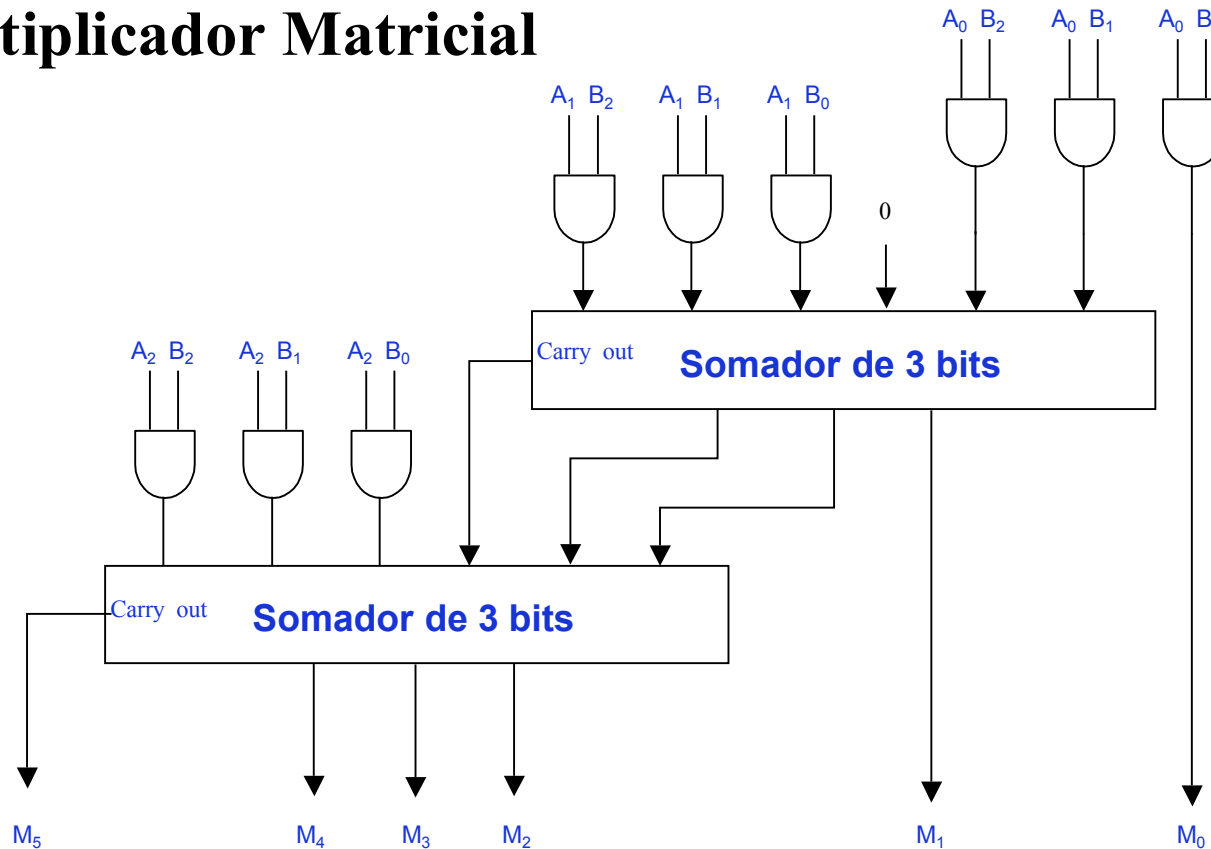
### Generalização

			$B_2$	$B_1$	$B_0$	← multiplicando		
		$x$	$A_2$	$A_1$	$A_0$	← multiplicador		
$1^a$ adição	→	$A_0 B_2$			$A_0 B_1$	$A_0 B_0$	← $1^o$ produto parcial	
$+$ $2^a$ adição	→	$A_1 B_2$		$A_1 B_1$	$A_1 B_0$	-	← $2^o$ produto parcial	
	→	$A_2 B_2$	$A_2 B_1$	$A_2 B_0$	-	-	← $3^o$ produto parcial	
		$M_5$	$M_4$	$M_3$	$M_2$	$M_1$	$M_0$	← resultado

# 4. Circuitos Combinacionais

## ► Multiplicação Binária (números sem sinal)

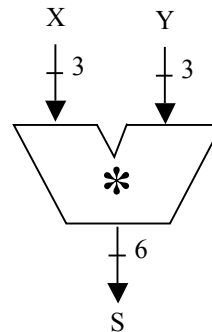
### O Multiplicador Matricial



# 4. Circuitos Combinacionais

## ► **Multiplicação Binária** (números sem sinal)

**O Símbolo do Multiplicador no Nível RT**





# 4. Circuitos Combinacionais

## ► **Multiplicação Binária** (números sem sinal)

**Pergunta:** qual é o custo de um multiplicador como este?

**Resposta:**

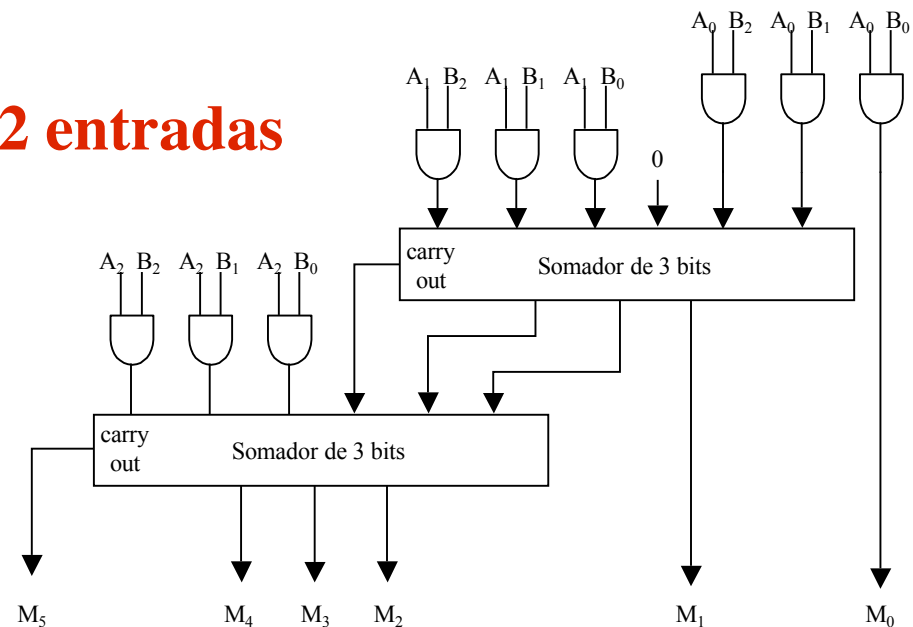
**2 x custo do somador de 3 bits**

**+**

**9 x custo de uma NAND de 2 entradas**

**+**

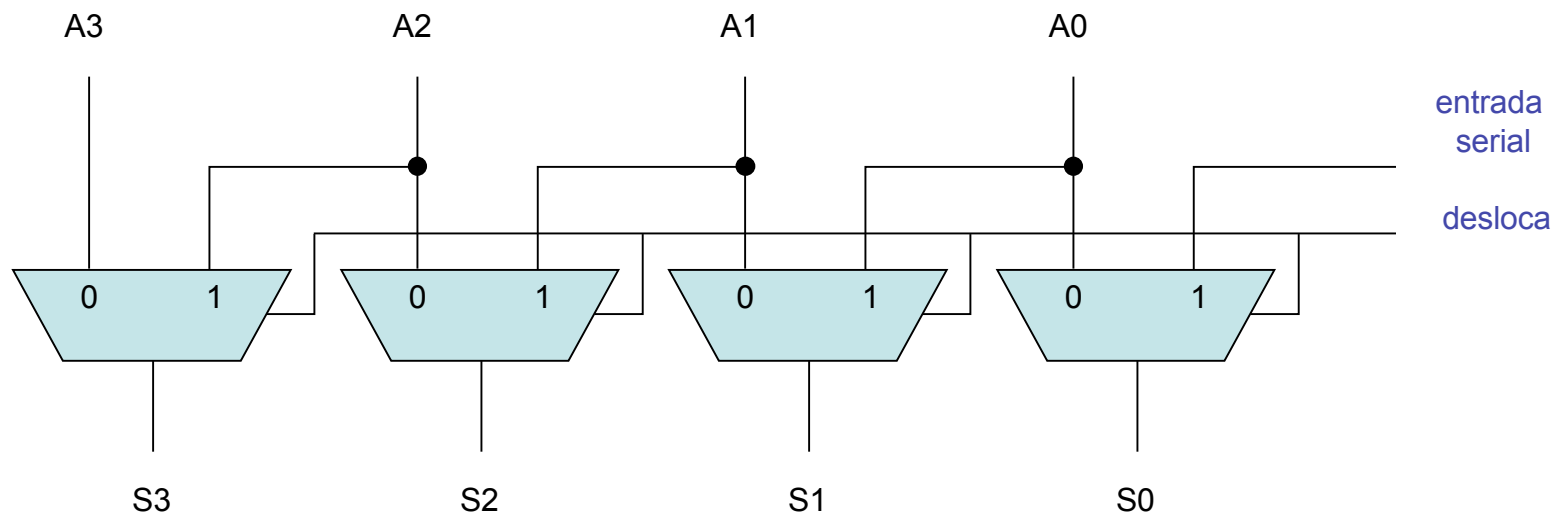
**9 x custo de um inversor**



# 4. Circuitos Combinacionais

## ► Deslocamento de bits (shift)

Um deslocador (*shifter*) com uso de multiplexadores 2:1

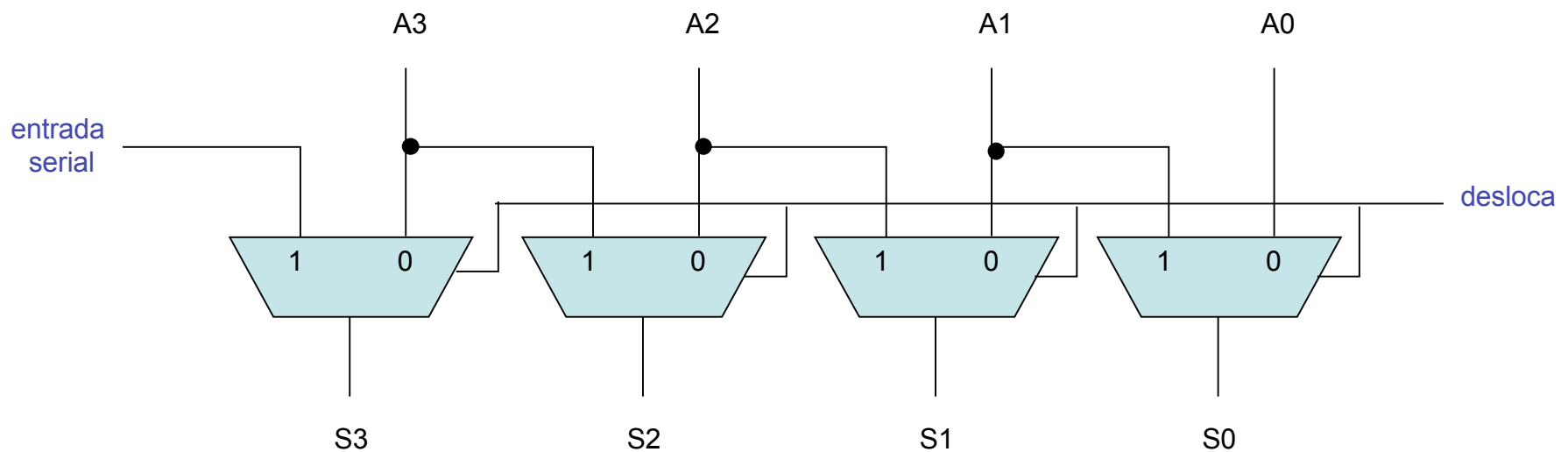


- Se  $desloca=1$ , este circuito desloca cada bit uma posição para a esquerda
- Qual é o significado desta operação?

# 4. Circuitos Combinacionais

## ► Deslocamento de bits (shift)

Outro deslocador (*shifter*) com uso de multiplexadores 2:1

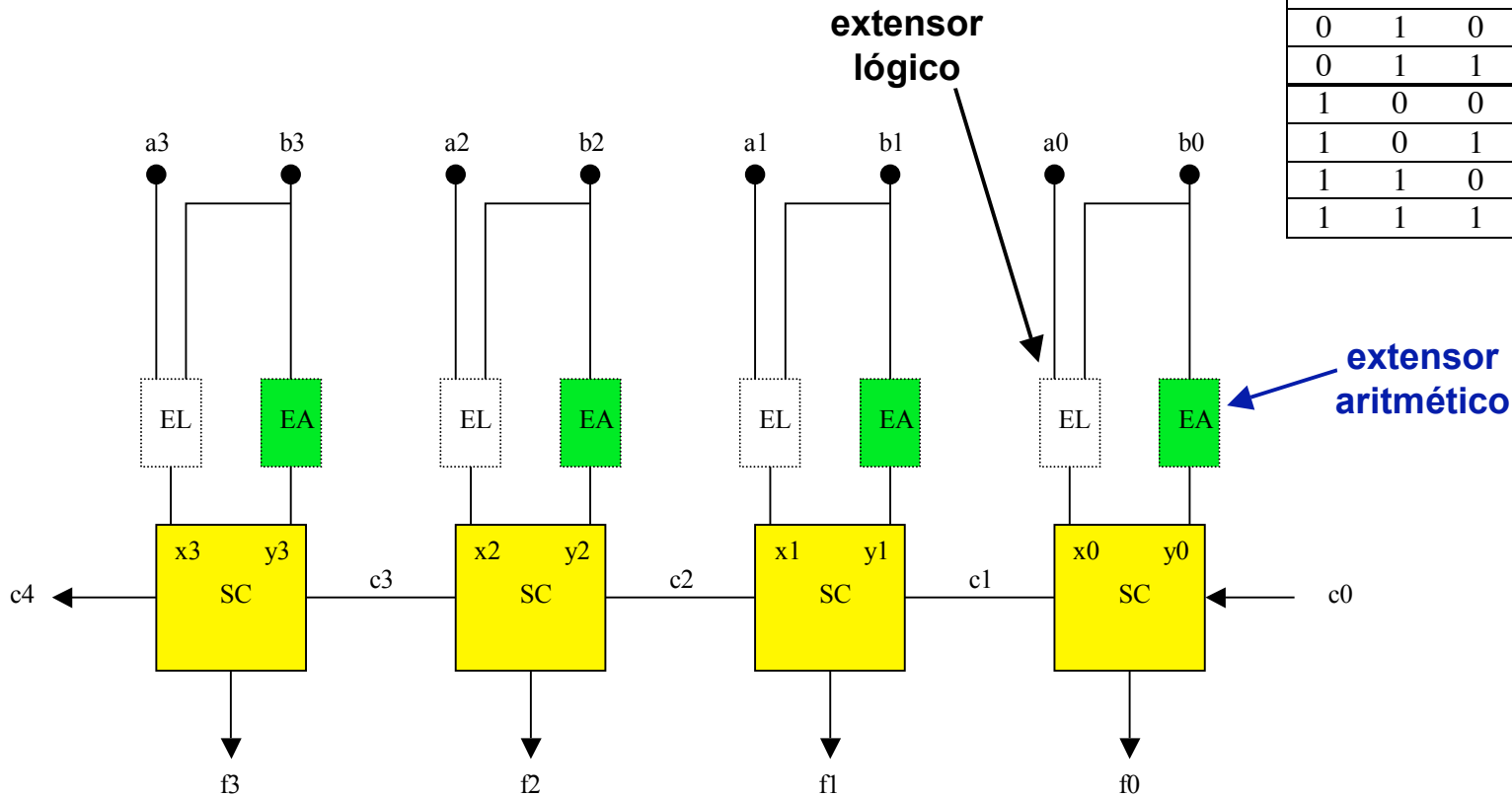


- Se  $desloca=1$ , este circuito desloca cada bit uma posição para a direita
- Qual é o significado desta operação?

# 4. Circuitos Combinacionais

## ▶ Projeto de uma ULA

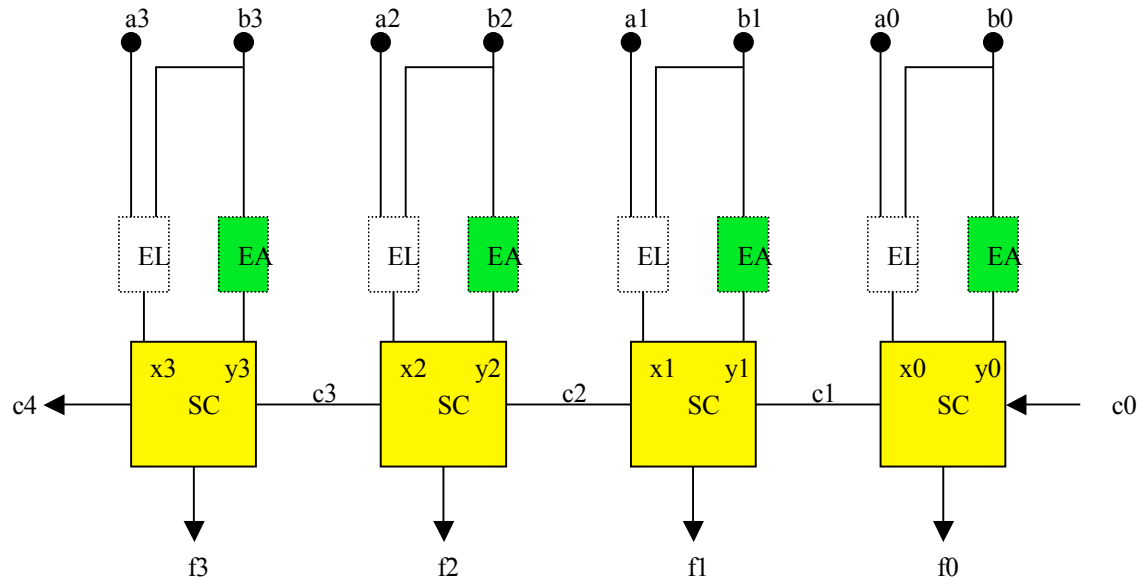
M	S1	S0	nome da função
0	0	0	complementa
0	0	1	E
0	1	0	identidade
0	1	1	OU
1	0	0	decrementa
1	0	1	soma
1	1	0	subtrai
1	1	1	incrementa



# 4. Circuitos Combinacionais

## ► Projeto de uma ULA

M	S1	S0	nome da função	F	X	Y	C0
0	0	0	complementa	$A'$	$A'$	0	0
0	0	1	E	$A \oplus B$	$A \oplus B$	0	0
0	1	0	identidade	$A$	$A$	0	0
0	1	1	OU	$A \text{ OU } B$	$A \text{ OU } B$	0	0
1	0	0	decrementa	$A-1$	$A$	todos 1s	0
1	0	1	soma	$A+B$	$A$	$B$	0
1	1	0	subtrai	$A+B'+1$	$A$	$B'$	1
1	1	1	incrementa	$A+1$	$A$	todos 0s	1

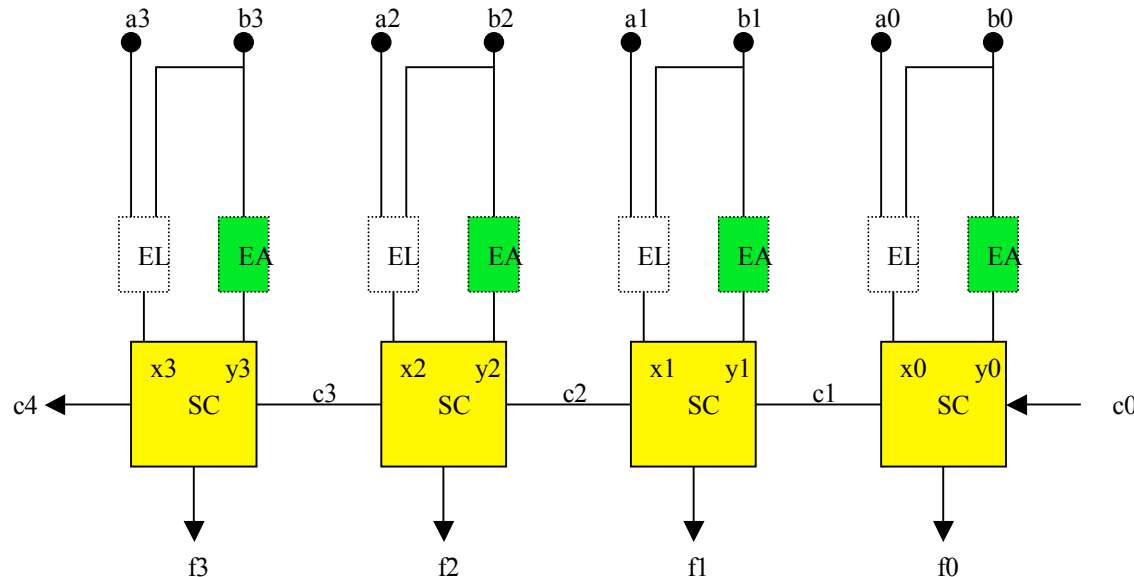


# 4. Circuitos Combinacionais

## ▶ Projeto de uma ULA

Projeto do  
“Extensor Aritmético”

M	S1	S0	nome da função	F	X	Y	C0
0	0	0	complementa	$A'$	$A'$	0	0
0	0	1	E	$A \oplus B$	$A \oplus B$	0	0
0	1	0	identidade	$A$	$A$	0	0
0	1	1	OU	$A \text{ OU } B$	$A \text{ OU } B$	0	0
1	0	0	decrementa	$A-1$	$A$	todos 1s	0
1	0	1	soma	$A+B$	$A$	$B$	0
1	1	0	subtrai	$A+B'+1$	$A$	$B'$	1
1	1	1	incrementa	$A+1$	$A$	todos 0s	1



Se  $M=1$ ,  $y_i$ :

S1	S0	$b_i$	$y_i$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Se  $M=0$ ,  $y_i=0$

# 4. Circuitos Combinacionais

## ► Projeto de uma ULA

### Projeto do “Extensor Aritmético”

S1	S0	bi	yi
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

S1S0 bi	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	1	1	0	0

$$y_i = S1'.bi + S0'.bi'$$

(para M=1)

**Incluindo M na equação anterior, segue:**

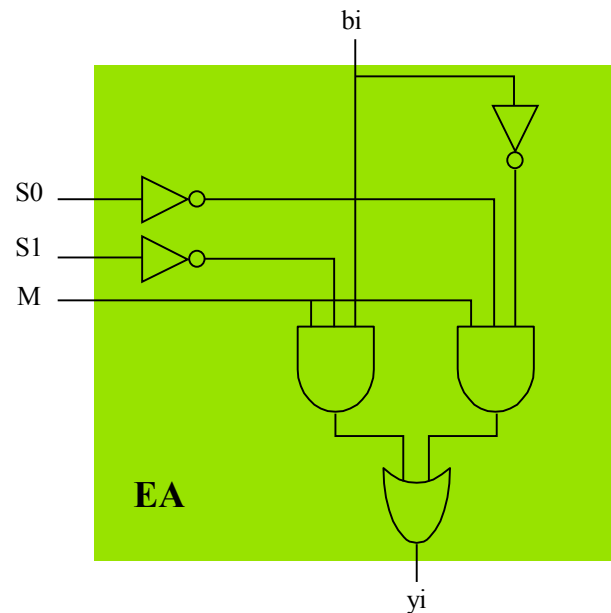
$$y_i = M.S1'.bi + M.S0'.bi'$$

# 4. Circuitos Combinacionais

## ▶ Projeto de uma ULA

### Projeto do “Extensor Aritmético”

$$y_i = M.S1'.bi + M.S0'.bi'$$



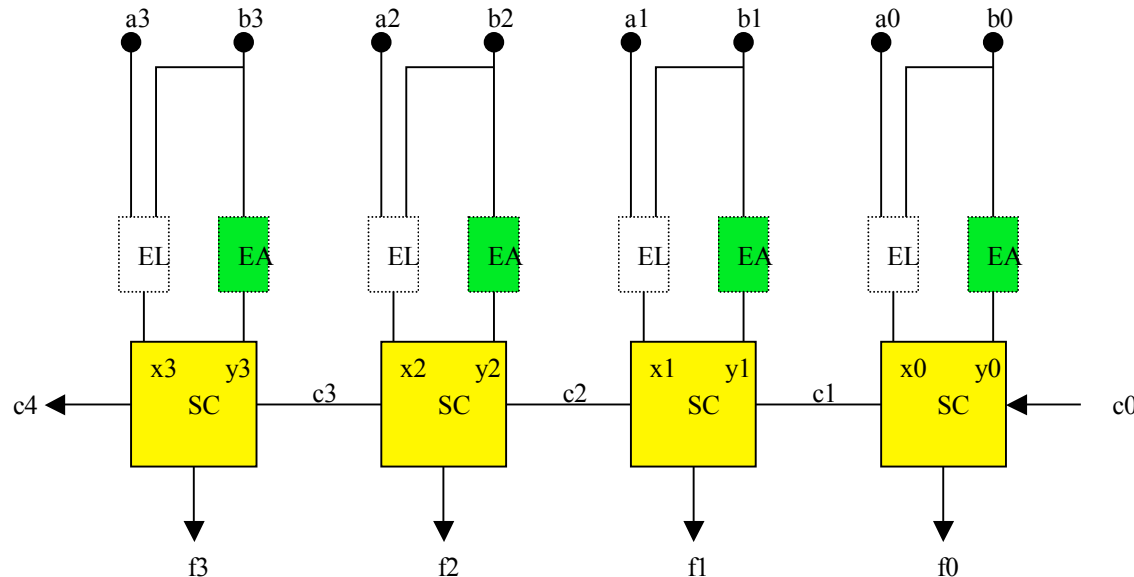


# 4. Circuitos Combinacionais

## ▶ Projeto de uma ULA

Projeto do  
“Extensor Lógico”

M	S1	S0	nome da função	F	X	Y	C0
0	0	0	complementa	$A'$	$A'$	0	0
0	0	1	E	$A \oplus B$	$A \oplus B$	0	0
0	1	0	identidade	A	A	0	0
0	1	1	OU	$A \text{ OU } B$	$A \text{ OU } B$	0	0
1	0	0	decrementa	$A-1$	A	todos 1s	0
1	0	1	soma	$A+B$	A	B	0
1	1	0	subtrai	$A+B'+1$	A	$B'$	1
1	1	1	incrementa	$A+1$	A	todos 0s	1



M	S1	S0	xi
0	0	0	$a_i'$
0	0	1	$a_i \cdot b_i$
0	1	0	$a_i$
0	1	1	$a_i + b_i$
1	?	?	$a_i$

# 4. Circuitos Combinacionais

## ► Projeto de uma ULA

### Projeto do “Extensor Lógico”

M	S1	S0	xi
0	0	0	ai'
0	0	1	ai.bi
0	1	0	ai
0	1	1	ai+bi
1	?	?	ai

		M=0				M=1			
		00	01	11	10	00	01	11	10
S1	S0								
ai	bi								
00		1							
01		1		1					
11			1	1	1	1	1	1	1
10				1	1	1	1	1	1

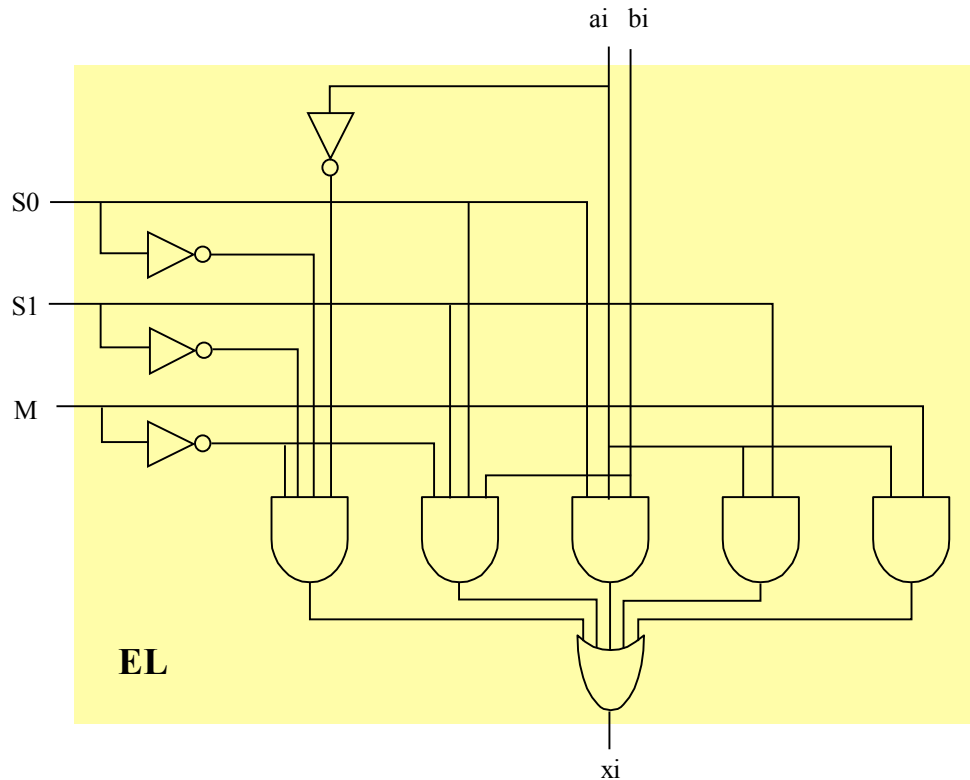
$$x_i = M'.S1'.S0'.ai' + M'.S1.S0.bi + S0.ai.bi + S1.ai + M.ai$$

# 4. Circuitos Combinacionais

## ► Projeto de uma ULA

### Projeto do “Extensor Lógico”

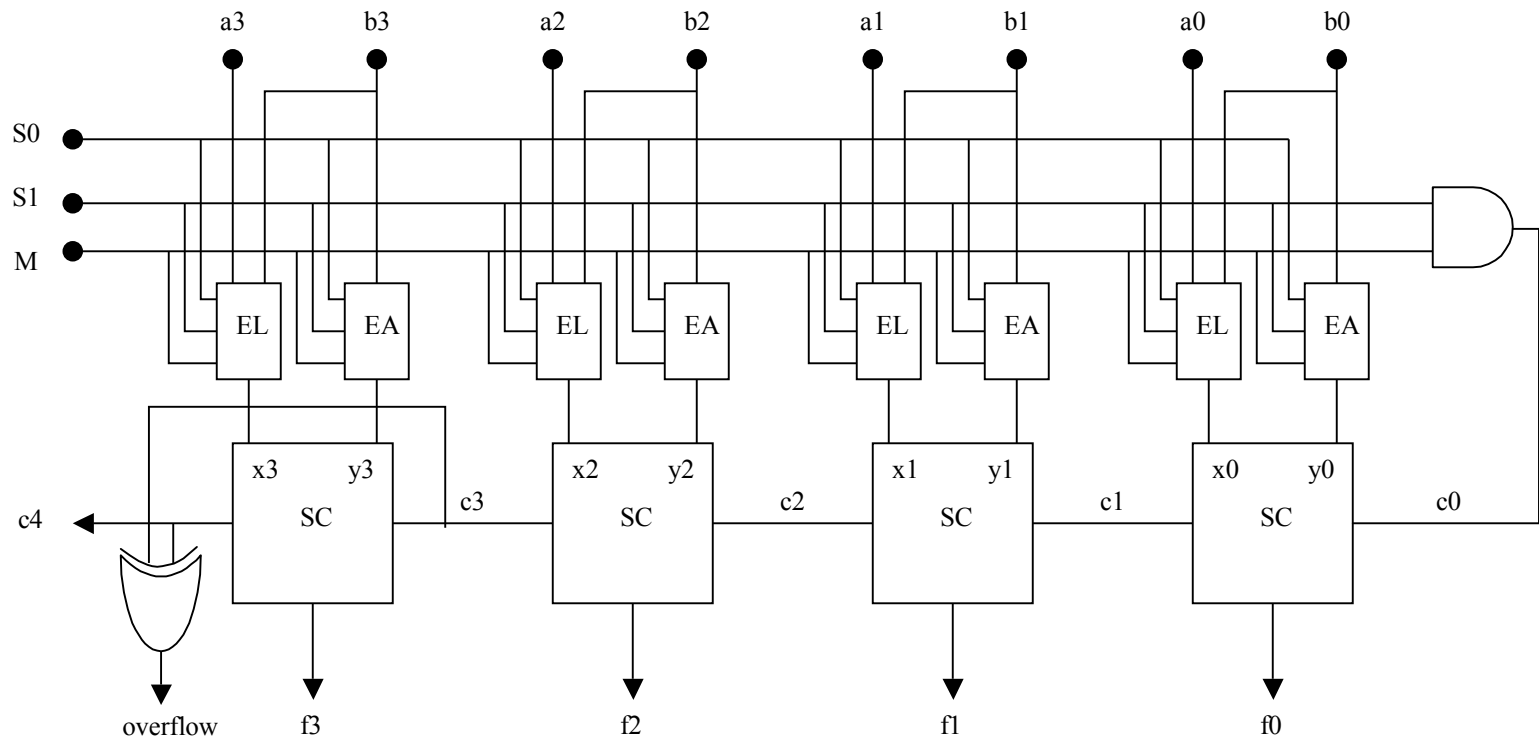
$$x_i = M'.S1'.S0'.ai' + M'.S1.S0.bi + S0.ai.bi + S1.ai + M.ai$$



# 4. Circuitos Combinacionais

## ▶ Projeto de uma ULA

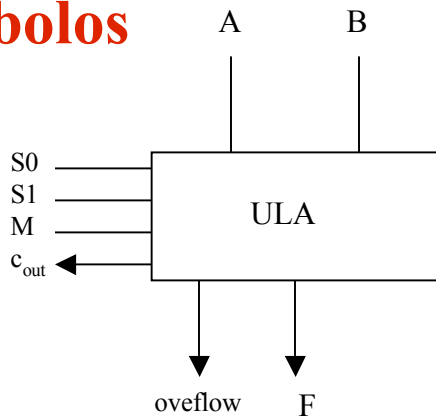
### Circuito Final



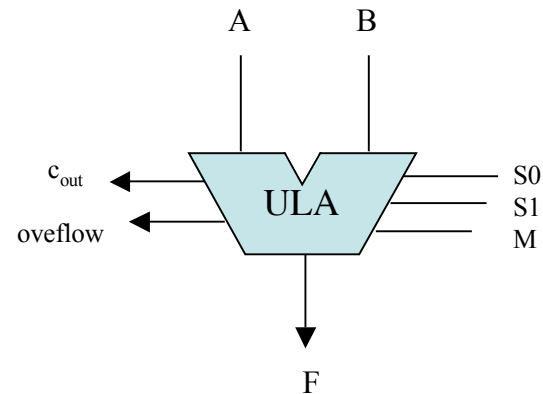
# 4. Circuitos Combinacionais

## ► Projeto de uma ULA

### Símbolos



ou



### Descrição do funcionamento

M	S1	S0	nome da função
0	0	0	complementa
0	0	1	E
0	1	0	identidade
0	1	1	OU
1	0	0	decrementa
1	0	1	soma
1	1	0	subtrai
1	1	1	incrementa